

## بسمه تعالی

### طرح پژوهشی پیشنهادی

---

#### مشخصات متقاضی

نام و نام خانوادگی: مهدی کدیور

آدرس ایمیل: [M\\_kadivar@aut.ac.ir](mailto:M_kadivar@aut.ac.ir)

همکاران طرح: دکتر ندا محمدی (محقق پسا دکتری دانشگاه الزهرا)

---

#### 1. عنوان طرح

(آ) عنوان به فارسی:

طراحی الگوریتم تخصیص منصفانه بیشینه- کمینه کانال به کاربران بی سیم با هدف افزایش گذردهی شبکه های بی سیم ناهمگن

ب) عنوان به لاتین:

Resource Allocation for Max-Min Fairness to enhance throughput in heterogeneous wireless networks.

#### 2. مقدمه و معرفی طرح

##### ۱-۲. مساله تخصیص منصفانه کانال

تضمین کیفیت ارائه خدمات و بدون تاخیر در شبکه های بی سیم در مواردی مانند خودروهای خود مختار و ارتباط زنده اینترنتی بسیار اهمیت دارد. روش تخصیص کانال به کاربران تاثیر بسیار زیادی در کیفیت ارائه خدمات به کاربران دارد. تعیین روش تخصیص کانال و زمان بندی آن با توجه به هدف هایی مانند افزایش گذردهی، کاهش تاخیر ارسال داده، مشخص می گردد. تامین هم زمان این دو هدف به دلیل نا هم سو بودن آنها امکان پذیر نیست. به عبارت دیگر، برای تضمین کیفیت، باید کمینه پهنای باند و یا نسبت انتقال کاربران تضمین شود که ممکن است باعث کاهش گذردهی شبکه گردد. بنابراین مساله تخصیص کانال به

---

<sup>1</sup> Transmission rate.

کاربران یک مساله اساسی و چالش برانگیز در شبکه‌های بی‌سیم است. در زمینه تخصیص کانال معروف به "تخصیص منصفانه پیشینه-کمینه" تعداد کارهای پژوهشی کمی صورت گرفته است و با توجه به فراگیر شدن خودروهای هوشمند و خودران و دیگر کاربردها در این حوزه، محققان بسیاری در این زمینه متمرکز شده‌اند. در این طرح بنا داریم ابتدا مساله را مدل بندی و سپس یک الگوریتم ۲-فاکتور تقریبی برای حل مساله ارایه کنیم.

در مساله تخصیص کانال تعیین می‌گردد که چه کاربری در کدام اسلات زمانی می‌تواند خدمات ارایه شده یک ایستگاه مخابراتی را به کار بگیرد. هر ایستگاه مخابراتی که از تک فرکانس پشتیبانی می‌کند، فقط به یک کاربر در یک زمان می‌تواند خدمات ارایه کند. زمان بندی تخصیص اسلات‌ها به کاربران بر اساس اهداف مختلف صورت می‌گیرد. از جمله این هدف‌ها می‌توان به افزایش گذر دهی شبکه و یا تضمین کیفیت خدمات (QoS) اشاره کرد.

در مدل اول زمان بندی، افزایش گذر دهی شبکه مورد توجه است. مقدار گذر دهی شبکه به میزان نسبت تبادل داده بین کاربران و ایستگاه رادیویی بستگی دارد. هر چقدر این نسبت بالاتر باشد میزان گذر دهی شبکه نیز افزایش می‌یابد. در شبکه‌های بی‌سیم، شرایط کانال ارتباطی (فاصله کاربر تا ایستگاه و همچنین اثر محو شدگی امواج)، نسبت تبادل داده بین کاربر و ایستگاه مخابراتی را تعیین می‌کند. در واقع باتوجه به مدل SINR [۱ و ۲ و ۳] که برای مدل سازی دریافت توان توسط کاربران ارایه شده است، کاربرانی که در فاصله کمتری از ایستگاه قرار دارند، امواج با توان بالاتری از سوی ایستگاه دریافت می‌کنند. بنابراین رابطه مقدار داده مبادله شده به توان دریافتی (که به فاصله بستگی دارد) و میزان نویز موجود در محیط کاربر بستگی دارد. برای افزایش گذر دهی شبکه، کاربران نزدیک به ایستگاه در اولویت تخصیص کانال هستند. زیرا با بیشترین مقدار نسبت انتقال می‌توانند داده بیشتری جا به جا کنند. همچنین، زمان بندی مناسب برای به کار گیری و تخصیص کانال‌ها نقش بسیار مهمی در میزان بهره برداری کاربران از شبکه و میزان گذر دهی کل شبکه دارد. در بسیاری از مقاله‌های ارایه شده برای حل این مساله، هدف اصلی افزایش گذر دهی شبکه مورد توجه قرار گرفته است. این نکته باعث می‌شود که کاربرانی که باعث افزایش گذر دهی شبکه می‌شوند در اولویت تخصیص کانال قرار گیرند. بنابراین کاربرانی که به دلیل شرایط شبکه (مانند فاصله تا ایستگاه و یا میزان نویز موجود در محیط)، امکان افزایش گذر دهی را نداشته باشند، از ارایه خدمات محروم شوند. بنابراین لازم است زمان بندی به صورت منصفانه صورت گیرد. این نوع مساله زمان بندی با هدف افزایش گذر دهی شبکه، "مساله تخصیص منصفانه متناسب" نامیده می‌شود [۲ و ۴]. در الگوریتم‌های زمان بندی از این نوع اشتراک گذاری منصفانه و کارآمد پهنای باند بین کاربران فراهم می‌شود؛ به این معنا که مجموع لگاریتمی توان عملیاتی به دست آمده را در یک جمعیت ثابت از کاربران پیشینه می‌کند [۵ و ۶]. مقاله‌های زیادی در زمینه تخصیص منصفانه متناسب ارایه شده است [۵-۱۰].

در مدل دوم، زمان بندی بر اساس تضمین کیفیت خدمات صورت می‌گیرد. در شبکه‌های نسل پنجم، برای افزایش کیفیت خدمات، داشتن حداقل نسبت انتقال داده الزامی است [۱۲]. به‌ویژه در شبکه‌های خودرویی و کارخانه‌های مجهز به شبکه‌های هوشمند، تخصیص نسبت انتقال منصفانه بین کاربران اهمیت زیادی دارد. به دلیل ارتباط این موضوع با روش زمان بندی تخصیص کانال به کاربران، می‌توان گفت در شبکه‌های بی‌سیم، مساله زمان بندی تخصیص کانال به کاربران نقش اساسی در بهبود عمل کرد شبکه دارد. در این مقاله می‌خواهیم مساله زمان بندی به کارگیری کانال‌های شبکه را به گونه‌ای انجام دهیم که ضمن افزایش گذر دهی شبکه، تخصیص کانال بصورت منصفانه برای همه کاربران مورد توجه قرار گیرد. حل مساله تخصیص منصفانه کانال به کاربران به گونه‌ای که کمترین مقدار نسبت انتقال تخصیص داده شده به کاربران پیشینه شود، به مساله "تخصیص منصفانه پیشینه-کمینه" معروف شده است [۵ و ۶].

## ۲-۱ مدل بندی مساله تخصیص کانال

در این بخش مساله تخصیص کانال به کاربران در یک شبکه با یک ایستگاه مخابراتی فرمول بندی می‌شود. در مدل در نظر گرفته شده، یک ایستگاه مخابراتی (BS) به کاربران حاضر در برد مخابراتی خود خدمات ارایه می‌دهد. تعداد  $N$  کاربر بصورت یکنواخت در برد مخابراتی این ایستگاه پراکنده هستند. بر اساس مدل SINR این ایستگاه می‌تواند با کاربر  $i$  که در فاصله  $d_i$  از ایستگاه قرار دارد با نسبت  $r_i = b \times \log_2(1 + SINR_i)$  تبادل داده داشته باشد که در آن  $b$  پهنای باند ایستگاه است و  $SINR_i$  نسبت سیگنال به نویز و تداخل است که در مقاله [۱] معرفی شده است. برای زمان بندی، فرض بر این است که یک دوره زمانی  $[0, T]$  به اسلات‌های زمانی کوچک (حدود ۲ میلی ثانیه) تقسیم می‌شوند که در هر اسلات یک کاربر می‌تواند داده‌های خود را ارسال و یا دریافت کند. در هر اسلات ایستگاه مخابراتی می‌تواند به یک کاربر خدمات ارایه دهد و بقیه کاربران باید تا شروع اسلات بعد غیر فعال بمانند. متغیر دودویی  $a_{ij}$  را برای تخصیص کانال در اسلات  $j$  به کاربر  $i$  تعریف می‌کنیم.  $a_{ij} = 1$  یعنی کاربر  $i$  در اسلات  $j$

فعال است. مقدار  $a_{ij}$  برابر با صفر اگر در اسلات  $j$  کانال در اختیار کاربر  $i$  نباشد. متغیر  $r_{ij}$  مقدار نسبت انتقالی که ایستگاه می‌تواند در اسلات  $j$  در اختیار کاربر  $i$  قرار دهد را نشان می‌دهد. این مقادیر در ماتریس  $R = [r_{ij}]_{(n \times n)}$  ذخیره می‌شود. در این مقاله، هدف ما توزیع منصفانه کانالهای مخابراتی بین کاربران است به گونه‌ای که مقدار کمینه نسبت انتقال در اسلات‌ها، بیشینه شود. فرض بر این است که تعداد کاربران و تعداد اسلات‌ها برابر است و هر کاربر در هر دوره زمانی تنها یک بار می‌تواند فعال شود. بنابراین توضیحات بالا می‌توان این مساله را بصورت زیر فرمول‌بندی کرد.

$$(1-1) \quad \max_j \min_i a_{ij} r_{ij}$$

به طوری که:

$$(1-2) \quad \sum_{j=1}^T a_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

$$(1-3) \quad a_{ij} \in \{0, 1\}.$$

تابع هدف این مساله کمترین مقدار نسبت انتقال تخصیص داده شده به کاربران را بیشینه می‌کند. محدودیت اول نشان می‌دهد که هر کاربر فقط یک بار می‌تواند در دوره زمانی فعال باشد. در محدودیت دوم مساله، متغیر دودویی  $a_{ij}$  نیز نشان می‌دهد که هر کاربر در هر اسلات یا فعال است و یا خاموش است. اگر تعداد اسلات‌ها بیشتر از کاربران باشد، یعنی  $T > N$  آن‌گاه برای  $N$  اسلات اول مساله حل می‌شود و برای باقی‌مانده اسلات‌ها دوباره برنامه ریزی خواهد شد. این تعریف و فرمول بندی از مساله تخصیص منصفانه بیشینه-کمینه کانال جز مسائل NP-Hard است [۱۳]. بنابراین تعیین جواب بر اساس این مدل بندی در زمان معقول امکان پذیر نیست. در ادامه یک تعریف دیگر از مساله تخصیص منصفانه بیشینه-کمینه کانال ارائه خواهد شد که در عمل نیز این تعریف برای حل مساله مورد توجه است [۱۱ و ۱۳].

**تعریف ۱** فرض کنید ماتریس  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$  را بتوان با جابه‌جا کردن سطرهاى آن به ماتریس همانی تبدیل کرد. در این صورت این ماتریس در محدودیت‌های مساله یعنی محدودیت ۱-۲ و ۱-۳ صدق می‌کند. بردار تخصیص شدنی متناظر با ماتریس  $A$  را با نماد  $(r_1, r_2, \dots, r_n)$  نمایش می‌دهیم که در آن  $r_j = r_{ij}$  اگر  $a_{ij} = 1$ . در واقع هر  $r_j$  در این بردار نشان می‌دهد که در اسلات  $j$  کاربر  $i$  با مقدار نسبت انتقال  $r_{ij}$  فعال است. این بردار تخصیص را جواب شدنی مساله می‌نامیم.

بردار تخصیص  $(r_1, r_2, \dots, r_n)$  را منصفانه بیشینه-کمینه گوئیم هرگاه افزایش مقدار  $r_i$  منجر به کاهش مقدار یکی از  $r_j$ ها در این بردار شود. در واقع اگر در این بردار کمترین مقدار  $r_i$ ها بیشینه شده باشد و افزایش نسبت انتقال هر اسلات به ناچار کاهش مقدار این نسبت در اسلات دیگر را منجر شود، می‌گوئیم این بردار، بصورت منصفانه بیشینه-کمینه نسبت های انتقال را در اسلات‌ها تخصیص داده است. بنابراین توضیح‌ها می‌توان تعریف زیر را ارائه کرد.

**تعریف ۲** بردار  $(r_1^*, r_2^*, \dots, r_n^*)$  تخصیص منصفانه بیشینه-کمینه نسبت تبادل داده است اگر برای هر بردار تخصیص شدنی دیگر مانند  $(r_1, r_2, \dots, r_n)$ ، اگر برای برخی مقادیر  $i = 1, 2, \dots, n$  رابطه  $r_i^* < r_i$  برقرار باشد آن‌گاه  $j \in \{1, 2, \dots, n\}$  وجود داشته باشد به طوری که  $r_j^* < r_j$  و اگر  $r_i^* = \min_{i=1,2,\dots,n} r_i^*$  و  $r_{min} = \min_{i=1,2,\dots,n} r_i$  آن‌گاه مقدار  $r_{min}^* \geq r_{min}$ . اگر برداری برای مساله تخصیص، منصفانه بیشینه-کمینه باشد، آن را کارا می‌نامیم.

**تعریف ۳** فرض کنید مساله  $P$  یک مساله بهینه سازی با وزن های نامنفی باشد و  $k$  یک عدد طبیعی باشد. یک الگوریتم تقریبی  $k$ -فاکتور، الگوریتمی از زمان چند جمله ایی مانند  $A$  است به طوری که  $\frac{1}{k}OPT(I) \leq A(I) \leq kOPT(I)$  که در آن  $I$  یک نمونه از مساله  $P$  است و  $OPT(I)$  و  $A(I)$  به ترتیب جواب بهینه مساله و جواب بدست آمده توسط الگوریتم هستند [۳].

## ۲-۲. پیشینه تحقیق و بررسی منابع:

در بیشتر تحقیقات کنونی، ضمن توزیع عادلانه کانال ها، دو هدف مهم کاهش مصرفی انرژی و افزایش گذردهی شبکه مورد بررسی قرار گرفته است. این دو، در تضاد با یکدیگر هستند، یعنی؛ کاهش مصرف انرژی منجر به کاهش گذردهی شبکه است و برعکس، افزایش گذردهی باعث افزایش مصرف انرژی خواهد شد. بنابراین در تحقیقات برقراری یک تعادل بین این دو مورد بررسی قرار گرفته است [۴ و ۸]. دو تعریف درباره انصاف در تخصیص کانال بیشتر به کار می رود؛ انصاف پیشینه-کمینه و انصاف متناسب. در روش منصفانه پیشینه-کمینه پهنای باند کانال بصورت منصفانه بین کاربران به گونه ایی توزیع می شود که پهنای باند تخصیص داده شده به یک کاربر را نتوان بدون کاهش پهنای باند دیگر کاربران، افزایش داد [2]. در توزیع منصفانه متناسب، نسبت سهم هر کاربر از پهنای باند بر اساس یک و یا چند پارامتر شبکه (مانند میزان ترافیک شبکه و نسبت داده) تعیین می شود [۴ و ۵]. در این مدل پیشینه مقدار ممکن به مجموع لگاریتم پهنای باند تخصیص داده شده به کاربران، بدست می آید [۱۲]. تابع هدف در نسخه توزیع منصفانه متناسب، غیر خطی و نامحدوب است و از این رو، نسبت به روش توزیع منصفانه پیشینه-کمینه، حل آن با چالش هایی روبه رو هستیم. در مرجع های مانند [۱۷-۱۵] تابع هدف، پیشینه کردن مجموع نسبت انتقال کاربران است. این به معنی افزایش گذردهی شبکه است. مهمت و همکاران [۱۸] برای شبکه های SD-RAN که اولین بار در شبکه های نسل پنجم معرفی شدند، مقدار کمینه نسبت انتقال کاربران و همچنین گذردهی شبکه در ایستگاههای مخابراتی را تا ۴ برابر افزایش دادند. خانم صالحی و همکاران [۱۹] در شبکه های براساس مدل NOMA با به کارگیری مشارکت کاربران با توان بالاتر، برای کمک به کاربران با سیگنال ضعیف تر، سعی کردند تخصیص منصفانه ایی در جهت افزایش کمینه نسبت انتقال کاربران انجام دهند. داکال و همکاران [۲۰] برای شبکه های بی سیم مبتنی بر NOMA مساله را برای مساله تخصیص منصفانه پیشینه-کمینه وزن دار فرمول بندی کردند و با توجه به محدب بودن فضای شدنی آن مساله را بصورت تحلیلی حل کردند. کو و همکاران [۲۱] به جای تعریف یک تابع هدف یکسان برای همه کاربران، شمای کلی برای مساله تعریف کردند که در آن برای هر کانال معیار مخصوص به آن کانال، برای منصفانه بودن تعریف کردند. روش حل مساله در مقاله آن ها براساس نظریه بازی ها استوار است. جنومی و همکارانش [۲۲] با ارایه یک مدل تصادفی برای شبکه های با تعداد کاربران زیاد، مساله تخصیص توان و طیف فرکانسی را بررسی کرده اند. در این مقاله تاثیر تداخل امواج در تخصیص عادلانه و کاهش کمینه نسبت انتقال کاربران بررسی شده است. بررسی تضمین کیفیت خدمات در این مقاله ها مورد توجه قرار نگرفته است.

مقاله های زیادی در زمینه تخصیص منصفانه متناسب پهنای باند در شبکه های بی سیم، به کاربران ارایه شده است [۲۶-۲۳]. ولی در زمینه تخصیص منصفانه پیشینه-کمینه کانال مطالعات کمی وجود دارد. سه مقاله تخصیص منصفانه پیشینه-کمینه کانال ارایه شده در مرجع های [۲۷] و [۱۱] و مقاله جدید [۲۸] مساله تخصیص کانال با هدف کاهش توان مصرفی کاربران ارایه شده است. اما مساله تضمین کیفیت خدمات در این سه مقاله مورد توجه قرار نگرفته است.

## ۱. اهداف اصلی طرح

تضمین کیفیت ارایه خدمات و خدمات بدون تاخیر در شبکه های بی سیم در مواردی مانند خودروهای خود مختار و ارتباط زنده اینترنتی بسیار اهمیت دارد. روش تخصیص کانال به کاربران تاثیر بسیار زیادی در کیفیت ارایه خدمات به کاربران دارد. تعیین روش تخصیص کانال و زمان بندی آن با توجه به هدف هایی مانند افزایش گذردهی، کاهش تاخیر ارسال داده مشخص می گردد. تامین هم زمان این اهداف به دلیل نا هم سو بودن آن ها امکان پذیر نیست. برای تضمین کیفیت، باید کمینه پهنای باند و یا نسبت انتقال کاربران تضمین شود که ممکن است باعث کاهش گذردهی شبکه گردد. در این طرح، برای تضمین کیفیت خدمات با حفظ گذردهی شبکه، مساله زمان بندی تخصیص کانال به کاربران با هدف تخصیص منصفانه پیشینه-کمینه فرمول بندی خواهد شد. در ادامه یک الگوریتم کارای ۲-فاکتور با پیچیدگی زمانی چند

<sup>1</sup> Transmission rate.

جمله ایی برای حل مساله ارایه خواهد شد. ایده اصلی این الگوریتم مبتنی بر الگوریتم های حریصانه است. در آن ماتریس مساله زمانبندی از رابطه ۲-۱ در نظر گرفته می شود و تعریف عملیاتی شبیه به اعمال سطری مقدماتی و تبدیل آن به یک ماتریس شامل ماتریس همانی، بهترین جایگشت از نرخ انتقال های ثبت شده در درایه های ماتریس را برای یافتن جوابی که در تعریف ۲ آمده است، بیابیم. به کارگیری این روش در یافتن جواب تقریبی ۲-فاکتور برای این مساله در منابع علمی ذکر نشده است. برای ارزیابی عمل کرد این الگوریتم پنج محک در نظر گرفته شد که عبارتند از: ۱-تضمین کمینه مقدار نسبت انتقال داده، ۲-میانگین نسبت انتقال داده تخصیص داده شده به کاربران، ۳-تعداد اسلات زمانی تخصیص داده شده به هر کاربر ۴-اختلاف نسبت انتقال داده با جواب بهینه و ۵-زمان اجرا. الگوریتم RA-F با در نظر گرفتن این پنج محک با الگوریتم های  $\max\text{-sDRL}$  و  $\text{NFP}$  مقایسه شده است.

## مراجع

- [1] O. Abuajwa, M. Bin Roslee, Z. Binti Yusoff, L. C. Lee, W. L., Pang, Throughput fairness trade-offs for downlink non-orthogonal multiple access systems in 5G networks, *Heliyon*, **8** (2022) e11265.
- [2] T. T. N. Nguyen , Proportional-Fair Scheduling of Mobile Users based on a Partial View of Future Channel Conditions, *Automatic Control Engineering*, INSA de Toulouse, 2020.
- [3] M. Kadivar and N.Mohammadi, "A maximum clique based approximation algorithm for wireless link scheduling under SINR model," *Journal of Computer and System Sciences*, vol. 129, pp. 72-89, 2022.
- [4] T. T. N. Nguyen, O. Brun, B. J. Prabhu, Using channel predictions for improved proportional-fair utility for vehicular users, *Computer Networks*, **208** (2022). <https://doi.org/10.1016/j.comnet.2022.108872>.
- [5] S. Biswas, A. Mitra, S. Mistry, T. Roy Chowdhury, S. Sinha, A. Biswas, FairIN: Throughput Fairness in Infrastructure-Based Wireless Access Networks, 2020 International Conference on System, Computation, Automation and Networking (ICSCAN), Pondicherry, India, (2020) 1-6.
- [6] F. Kelly, Charging and Rate Control for Elastic Traffic, *European Transactions on Telecommunications*, **8** (1997) 33-38.
- [7] V. K. N. Lau, Proportional fair space time scheduling for wireless communications, *IEEE Transactions on Communications*, **53** (2005) 1353-1360.
- [8] J. Choi, Power allocation for max-sum rate and max-min rate proportional fairness in NOMA. *IEEE Commun. Lett.*, **20** (2016) 2055-2058.

---

1 DRT-Max-Min Fairness UARA scheme.

2 max-SINR User Association algorithm.

¶Normalized Fixed Point (NFP) iterative algorithm.

- [9] H. F. Lu, Optimal sum rate-fairness tradeoff for MIMO downlink communications employing successive zero forcing dirty paper coding, *IEEE Communication Lett.*, **25** (2021) 783-787.
- [10] Y. T. Cheng, H. F. Lu, Optimal sum rate-fairness tradeoff for MISO broadcast communication using zero forcing DPC, In *Proc. IEEE 90th Veh. Technol. Conf. (VTC-Fall)*, Honolulu, HI, USA, (2019) 1-5.
- [11] W. Liu, R. Sun and Z. -Q. Luo, Globally Optimal Joint Uplink Base Station Association and Beamforming, *IEEE Transactions on Communications*, **67** (2019) 6456-6467, doi: 10.1109/TCOMM.2019.2914448.
- [12] J. Jang, H. J. Yang, H. K. Jwa, Resource allocation and power control in cooperative small cell networks with backhaul constraint, *IEEE Transaction. Veh. Technol.*, **68** (2019) 10926–10942.
- [13] U. U. Khan, N. Dilshad, M. H. Rehmani, Tariq Umer, Fairness in Cognitive Radio Networks: Models, measurement methods, applications, and future research directions, *Journal of Network and Computer Applications*, V. **73**, (2016), 12-26.
- [14] Korte, B. H. and Vygen, Jens, *Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms*, New York, NY: Springer-Verlag, 2018.
- [15] A. Alwarafy, B. S. Ciftler, M. Abdallah, M. Hamdi, DeepRAT: A DRL-based framework for multi-RAT assignment and power allocation in HetNets, in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun. Workshops*, (2021) 1–6.
- [16] X. Zhang, Z. Zhang, L. Yang, Learning-based resource allocation in heterogeneous ultra-se network, *IEEE Internet Things J.*, **9** (2022) 20229-20242.
- [17] Z. Li, X. Wen, Z. Lu, W. Jing, A general DRL-based optimization framework of user association and power control for HetNet, in *Proc. IEEE 32nd Annu. Int. Symp. Pers. Indoor Mobile Radio Com.*, (2021) 1141–1147.
- [18] F. Mehmeti, W. Keller, Max-min Fair Resource Allocation in SD-RAN, *Q2SWinet 22: Proceedings of the 18th ACM International Symposium on QoS and Security for Wireless and Mobile Networks*, (2022) 27-35.
- [19] F. Salehi, N. Naaser, M. H. Majidi, H. Ahmadi, Cooperative NOMA-Based User Pairing for URLLC: A Max–Min Fairness Approach, *IEEE Systems Journal*, **16** (2022) 3833 – 3843.
- [20] D. Raj, D. Zhenni, P. S. Shimamoto, Resource Allocation for Weighted Max-min Fairness in NOMA with Imperfect SIC, *IEEE SICE International Symposium on System Integration (SII)*, 2022.
- [21] S. K. Chen, H. Cheng, S. Hon, W. C. Liao, General Max-Min Fair Allocation, *COCOON Lecture Notes in Computer Science*, Springer 2021. [https://doi: 10.1007/978-3-030-89543-3\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-030-89543-3_6)
- [22] M. H. Jeronymo, T. Abrao, Max-Min fairness-based resource allocation in massive MIMO systems, *Semina: Ciencias Exatas E Tecnologicas*, **43** (2022) 45–54.
- [23] R. Jiao, L. Dai, On the max-min fairness of beamspace MIMONOMA, *IEEE Trans. Signal Process.*, **68** (2020) 4919-4932.
- [24] M. M. Naghsh, M. Masjedi, A. Adibi, P. Stoica, Max–min fairness design for MIMO interference channels: A minorization–maximization Approach, *IEEE Trans. Signal Process.*, **67** (2019) 4707-4719.
- [22] R. Sun, M. Hong, Z. Luo, Joint downlink base station association and power control for max-min fairness: Computation and complexity. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, **33** (2015) 1040-1054.

- [25] F. Luo and Y. Mao, A Practical Max-Min Fair Resource Allocation Algorithm for Rate-Splitting Multiple Access, IEEE Communications Letters , **27** (2023) 3285-3289. doi: 10.1109/LCOMM.2023.3329149.
- [26] W. Liu, R. Sun, Z. Q. Luo, Globally optimal joint uplink base station association and beamforming, IEEE Trans. Commun., **67** (2019) 6456–6467.
- [27] Y. Kim, J. Jang, Distributed Resource Allocation and User Association for Max-Min Fairness in HetNets, IEEE Transaction on Vehicular Technology, **73** (2024) 2983-2988.