



پژوهشگاه دانشهای بنیادی

پژوهشکده علوم کامپیوتر

کاوش آفلاین محیط‌های سلولی مستطیلی با دو مانع مستطیلی

فاطمه کشاورز کوهجردی (مجری طرح)

علیرضا باقری (همکار طرح)

پاییز ۱۴۰۳

چکیده

کاوش یک محیط شناخته شده، یکی از مسائل پایه‌ای در حوزه هندسه محاسباتی و رباتیک به شمار می‌آید که در سال‌های اخیر توجه زیادی را به خود جلب کرده است. در این مساله یک محیط سلولی و یک ربات با سنسورهای محدود مفروض است. ربات باید تمام سلول‌های محیط را بازدید کرده و به نقطه شروع خود بازگردد. هدف پیدا کردن تور با کمترین طول است به طوری که تعداد بازدیدهای تکراری از سلول‌ها حداقل شود. در این پروپوزال، ما به بررسی مسئله کاوش آفلاین یک ربات در یک محیط سلولی مستطیلی با دو مانع مستطیلی می‌پردازیم. این مساله کاربردهای مهمی از جمله در چمن‌زنی، جاروب، پاکسازی زباله‌های خطرناک و نجات انسان‌ها در مناطق بحرانی، دارد.

واژه های کلیدی:

کاوش آفلاین، محیط‌های سلولی مستطیلی، محیط‌های سلولی مستطیلی با مانع مستطیلی، دور همیلتونی، رباتیک

Off-line exploration of rectangular cellular environments with two rectangular obstacles

Abstract

Exploring a known environment is a fundamental problem in computational geometry and robotics. It has received a lot of attention in recent years. In this problem a cellular environment and a robot equipped with limited sensors are given. The robot must visit each cell and return to its starting point. The goal is to find the tour of the minimum length where the number of repeated visits of cells is minimized. In this proposal, we investigate the off-line exploration problem of a robot in a rectangular cellular environment with two rectangular obstacles. This problem has several important applications, such as lawn mowing, sweeping, hazardous waste cleaning and rescuing human beings in disaster area.

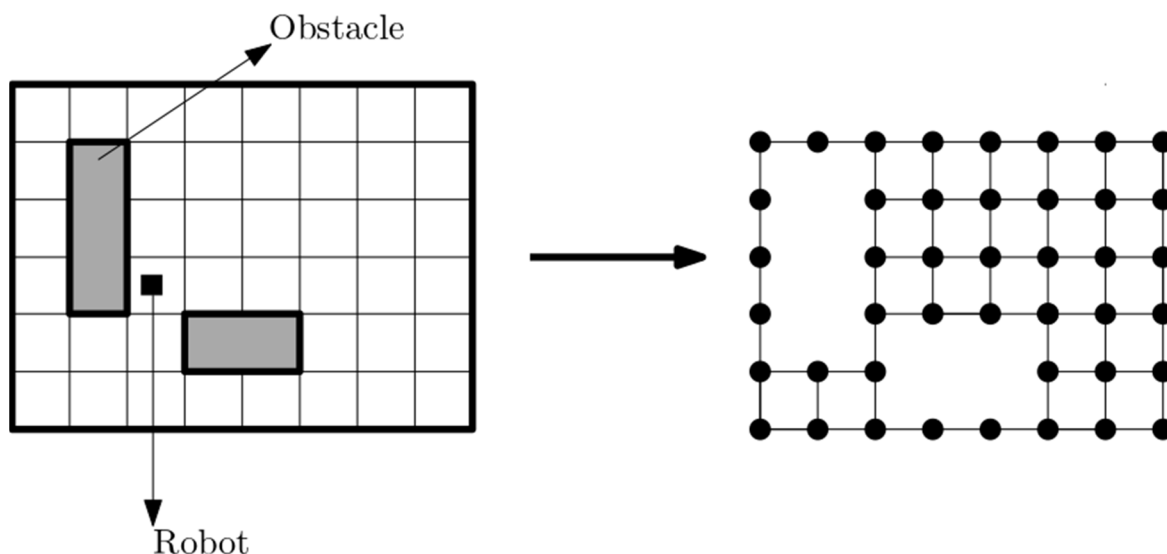
Keywords: Off-line exploration, Rectangular cellular environments, Rectangular cellular environments with two rectangular obstacles, Hamiltonian cycle, Robotics.

۱. مقدمه

در دنیای امروز، رباتیک به عنوان یکی از حوزه‌های پیشرفته علمی و تکنولوژیکی، نقش بسزایی در بهبود کیفیت زندگی و کارایی فرآیندهای صنعتی ایفا می‌کند. ربات‌ها دستگاه‌های الکترومکانیکی و قابل برنامه‌ریزی هستند که به منظور انجام وظایف خاص طراحی و ساخته می‌شوند. این وظایف می‌توانند بسیار متنوع باشند، از پیمایش محیط و حمل و نقل کالاها گرفته تا انجام عملیات پیچیده‌تری مانند جراحی. برای انجام این وظایف، ربات‌ها نیاز به برنامه‌ریزی دقیق حرکتی دارند. کاوش در علم رباتیک به معنای مشاهده تمامی نقاط یک محیط توسط حسگرهای نصب‌شده بر روی ربات است. در این فرآیند، ربات سعی می‌کند محیط اطراف خود را برای جمع‌آوری اطلاعات یا انجام وظایف خاصی پیمایش کند.

کاوش به دو دسته آنلاین و آفلاین تقسیم می‌شود. در کاوش آنلاین، ربات در حین حرکت اطلاعات جدیدی از محیط جمع‌آوری می‌کند و قبل از شروع حرکت، هیچ اطلاعاتی در مورد محیط ندارد. در مقابل، در کاوش آفلاین، محیط حرکت ربات از قبل شناسایی شده و ربات بر اساس دانش قبلی خود برای پیمایش محیط برنامه‌ریزی می‌شود. در مسأله کاوش آفلاین، ربات متحرک باید هر سلول را در یک محیط سلولی «شناخته‌شده» بازدید کرده و در نهایت به نقطه شروع خود بازگردد. یکی از چالش‌های اصلی در این مسأله، به حداقل رساندن تعداد بازدیدهای تکراری سلول‌ها توسط ربات است. این امر نه تنها به بهینه‌سازی زمان و منابع ربات کمک می‌کند، بلکه کارایی کلی آن را نیز افزایش می‌دهد. فرض می‌کنیم که ربات تمام فضای یک سلول را اشغال می‌کند و حرکت آن محدود به یکی از چهار جهت بالا، پایین، چپ و راست است [۷].

مسأله کاوش محیط‌های سلولی در حالت بهینه، معادل با یافتن دور همیلتونی در گراف‌های توری است. گراف‌های توری، گراف‌های بدون جهتی هستند که می‌توان آن‌ها را در صفحه قرار داد به گونه‌ای که رئوس آن‌ها بر روی مختصات صحیح قرار بگیرند. در این گراف‌ها، دو رأس تنها در صورتی به هم متصل هستند که فاصله اقلیدسی بین آن‌ها برابر با ۱ باشد. هر سلول در محیط را می‌توان معادل با یک رأس در گراف توری در نظر گرفت و دو رأس همسایه هستند اگر سلول‌های مربوطه آن‌ها همسایه باشند. شکل ۱ محیط سلولی مستطیلی شکل با دو مانع مستطیلی و گراف توری متناظر با آن را نمایش می‌دهد. در حالتی که گراف توری معادل محیط دور همیلتونی داشته باشد، ربات می‌تواند روی دور همیلتونی گراف توری حرکت کند و بدون هیچ بازدید تکراری، کل سلول‌های محیط را بازدید کند. اما اگر گراف توری معادل محیط، دور همیلتونی نداشته باشد آنگاه ربات برای کاوش محیط مجبور است برخی از سلول‌ها را به صورت تکراری بازدید کند. حالا هدف این خواهد بود که تعداد بازدیدهای تکراری از سلول‌ها را کمینه کنیم.



شکل ۱: محیط سلولی مستطیلی با دو مانع مستطیلی و گراف توری متناظر با آن.

انگیزه اصلی برای بررسی این مسأله، کاربردهای عملی آن در صنایع مختلف است. به عنوان مثال، در فرایندهای فرزکاری، ربات‌ها باید به طور مؤثر و کارآمد سطح مواد را پردازش کنند و در عین حال از تکرار غیرضروری حرکات اجتناب کنند. همچنین، در زمینه چمن‌زنی، ربات‌ها باید کل ناحیه چمن را به طور یکنواخت پوشش دهند و در عین حال از بازدید تکراری مناطق خودداری کنند. در نهایت، ربات‌های جاروبرقی نیز باید به طور مؤثر و بهینه فضای داخل خانه‌ها را تمیز کنند، بدون اینکه انرژی و زمان بیشتری صرف کنند.

۲. کارهای مرتبط

دور همیلتونی در گراف G به دوری گفته می‌شود که شامل تمام رئوس G باشد و از هر رأس دقیقاً یکبار عبور کند. اگر گراف G دارای دور همیلتونی باشد، به آن گراف همیلتونی می‌گویند. مسأله دور همیلتونی، مسأله تعیین همیلتونی بودن یک گراف خاص، برای گراف‌های عمومی یکی از مسائل NP-کامل شناخته شده است [۶].

نتایج کمی در مورد مسأله دور همیلتونی و طولانی ترین دور در گراف‌های توری وجود دارد. ایتای و همکاران [۸] ثابت کردند که مسأله دور همیلتونی برای گراف‌های توری عمومی NP-کامل است. برای گراف‌های توری مستطیلی، آن‌ها الگوریتمی زمان خطی برای یافتن دورهای همیلتونی ارائه دادند. چن و همکاران [۴] یک الگوریتم موازی برای یافتن دور همیلتونی در گراف‌های توری مستطیلی ارائه دادند. اومانس و لن‌هارت [۱۹] الگوریتمی با زمان $O(n^4)$ برای یافتن دورهای همیلتونی در گراف‌های توری بدون حفره ارائه کردند. سلمان [۱۸] کلاس‌های خاصی از گراف‌های توری الفبایی را شناسایی کرد که دارای دورهای همیلتونی هستند. گراف‌های توری الفبایی

نوع خاصی از گراف‌های توری هستند که شکل آن‌ها شبیه به کاراکترهای الفبایی می‌باشد. در مقالات [۹-۱۲]، نویسندگان الگوریتمی زمان خطی برای یافتن مسیرها و دورهای همیلتونی در گراف‌های توری مستطیلی با یک حفره مستطیلی ارائه دادند. بازیگر بندی دورهای همیلتونی در گراف‌های توری مستطیلی و L-شکل توسط نیشات و وایتسایدز مورد بررسی قرار گرفته است [۱۵، ۱۶]. اصغریان سردرود و باقری الگوریتمی خطی با تقریب $\frac{2}{3}$ برای مسأله طولانی‌ترین دور (مسیر) در گراف‌های توری بدون حفره ارائه کردند [۲، ۳]. همچنین برای مساله دور همیلتونی در گراف‌های توری مستطیلی با دو حفره مستطیلی یک الگوریتم زمان خطی ارائه شده است [۱۳].

برای کاوش آفلاین محیط‌های سلولی مستطیلی، فیشر و همکاران [۵] الگوریتمی بهینه ارائه کردند. ناتوفوس [۱۷] الگوریتمی با تقریب $\frac{4}{3}$ برای این مساله در گراف‌های توری ساده ارائه داد. علاوه بر این، آرکین و همکاران [۱] الگوریتمی آفلاین با تقریب $\frac{5}{6}$ برای گراف‌های توری بدون حفره و الگوریتمی با تقریب 1.325 برای گراف‌های توری که شامل حفره هستند، ارائه کردند. اخیراً برای گراف‌های توری مستطیلی با یک حفره مستطیلی نیز این مساله به صورت بهینه حل شده است [۱۴].

۳. دلایل انجام طرح

دلایل انجام این طرح به چندین جنبه مهم اشاره دارد. نخست، مسأله کاوش آفلاین در محیط‌های سلولی با وجود موانع، یکی از چالش‌های کلیدی در رباتیک و علوم کامپیوتر است که کاربردهای گسترده‌ای در صنایع مختلف دارد. طراحی الگوریتم‌های بهینه می‌تواند کارایی ربات‌ها را در انجام وظایف مختلف افزایش دهد و منجر به صرفه‌جویی در زمان و هزینه شود. همچنین، این طرح می‌تواند به توسعه فناوری‌های رباتیک کمک کند و زمینه را برای پیشرفت‌های بیشتر در این حوزه فراهم آورد.

نتایج این تحقیق می‌تواند در زمینه‌هایی مانند کشاورزی، پاکسازی محیط زیست، جستجو و نجات، و خدمات شهری مورد استفاده قرار گیرد. در نهایت، این تحقیق می‌تواند به توسعه الگوریتم‌های جدید و کارآمد منجر شود که در مسائل مشابه در آینده کاربرد داشته باشند و همچنین به ارتقاء دانش علمی در حوزه‌های مرتبط با رباتیک، هوش مصنوعی و هندسه محاسباتی کمک کند.

۴. اهداف طرح

تحلیل مسأله کاوش آفلاین: بررسی دقیق مسأله کاوش آفلاین در محیط‌های سلولی مستطیلی با دو مانع مستطیلی و شناسایی چالش‌ها و پیچیدگی‌های موجود در این زمینه.

طراحی الگوریتم بهینه: توسعه یک الگوریتم کارآمد برای یافتن کوتاه‌ترین تور ممکن که ربات بتواند تمامی سلول‌ها را بازدید کرده و به نقطه شروع خود بازگردد، در حالی که تعداد بازدیدهای تکراری از سلول‌ها حداقل شود.

۵. برنامه و نحوه اجرای طرح

در ابتدا روش‌ها و الگوریتم‌های مرتبط با موضوع مورد مطالعه قرار می‌گیرد. سپس به بررسی ایده‌های مختلف برای توسعه این الگوریتم‌ها برای مساله مورد تحقیق پرداخته خواهد شد. در ادامه الگوریتمی بهینه برای مساله توسعه داده می‌شود و درستی آن اثبات و زمان آن تحلیل می‌شود. نتیجه این تحقیق به صورت مقاله برای جورنال‌های معتبر این حوزه ارسال خواهد شد.

- [1] E. M. Arkin, S. P. Fekete, and J. S. Mitchell, Approximation algorithms for lawn mowing and milling, *Computational Geometry* 17(1) (2000), pp. 25-50.
- [2] A. Asgharian-Sardroud and A. Bagheri, An approximation algorithm for the longest path problem in solid grid graphs, *Optimization Methods and Software* 31(3) (2016), pp. 479-493.
- [3] A. Asgharian-Sardroud and A. Bagheri, An approximation algorithm for the longest cycle problem in solid grid graphs, *Discrete Appl. Math.* 204 (2016), pp. 6-12.
- [4] S.D. Chen, H. Shen, R. Topor, An efficient algorithm for constructing Hamiltonian paths in meshes, *Parallel Comput.* 28 (2002) 1293--1305.
- [5] A. Fischer and P. Hungerländer, The traveling salesman problem on grids with forbidden neighborhoods, *Journal of Combinatorial Optimization* 34(3) (2017), pp. 891-915.
- [6] M.R. Garey, D.S. Johnson, *Computers and intractability: a guide to the theory of NP-completeness*, Freeman, San Francisco, CA, 1979.
- [7] C. Icking, T. Kamphans, R. Klein, and E. Langetepe, Exploring Simple Grid Polygons, *Proceedings of 11th Annual International Computing and Combinatorics Conference, COCOON, Kunming, China, 2005*, pp. 524-533.
- [8] A. Itai, C.H. Papadimitriou, and J.L. Szwarcfiter, Hamiltonian paths in grid graphs, *SIAM Journal on Computing* 11 (4) (1982), 676-686.
- [9] F. Keshavarz-Kohjerdi and A. Bagheri, Hamiltonian paths in L-shaped grid graphs, *Theoretical Computer Science* 621 (2016), pp. 37-56.
- [10] F. Keshavarz-Kohjerdi and A. Bagheri, A linear-time algorithm for finding Hamiltonian (s, t)-paths in even-sized rectangular grid graphs with a rectangular hole, *Theoretical Computer Science* 690 (2017), pp. 26-58.
- [11] F. Keshavarz-Kohjerdi and A. Bagheri, A linear-time algorithm for finding Hamiltonian (s, t)-paths in odd-sized rectangular grid graphs with a rectangular hole, *J. Supercomput.* 73(2017), pp. 3821-3860.
- [12] F. Keshavarz-Kohjerdi and A. Bagheri, Linear-time algorithms for finding Hamiltonian and longest (s, t)-paths in C-shaped grid graphs, *Discrete Optimization* 35, article 100554, (2020).
- [13] F. Keshavarz-Kohjerdi and A. Bagheri, A linear-time algorithm for finding Hamiltonian cycles in rectangular grid graphs with two rectangular holes, *Optimization Methods and Software* 38(3) (2023), 591--625.
- [14] F. Keshavarz-Kohjerdi, Off-line exploration of rectangular cellular environments with a rectangular obstacle, *Optimization Methods and Software*, 2021, pp. 1805-1819.
- [15] R.I. Nishat, S. Whitesides, Reconfiguring Hamiltonian Cycles in L-Shaped Grid Graphs, *International Proceedings of Workshop on Graph-Theoretic Concepts in Computer Science, WG 2019: Graph-Theoretic Concepts in Computer Science*, (2019) pp. 325-337.
- [16] Nishat, R.I., Srinivasan, V., Whitesides, S.: Reconfiguring Simple s, t Hamiltonian Paths in Rectangular Grid Graphs. *Combinatorial Algorithms: 32nd International Workshop, IWOCA 2021, Ottawa*, 501--515, (2021).
- [17] S. Ntafos, Watchman routes under limited visibility, *Computational Geometry* 1(3) (1992), 149-170.
- [18] A. Salman, E. Baskoro, and H. Broersma, A note concerning Hamiltonian cycles in some classes of grid graphs, *Journal of Mathematical and Fundamental Sciences*, 35(1) (2003), pp. 65-70.
- [19] C. Umans and W. Lenhart, Hamiltonian Cycles in Solid Grid Graphs, *Proceedings of 38th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, FOCS '97, Miami Beach, Florida, 1997*, pp. 496-505.