

تحلیل مدل رقابت کرونو در شبکه با اطلاعات ناقص

سمیرا حسین قربان

پژوهشکده علوم کامپیوتر، پژوهشگاه دانشهای بنیادی (IPM)

s.hosseinghorban@ipm.ir

چکیده

رقابت کرونو مدلی اقتصادی است که رقابت تعداد مشخصی از بنگاههای اقتصادی در انتخاب مقدار تولید کالای همگن در بازار را تحلیل می‌کند. هر بنگاه با در نظر گرفتن مقدار احتمالی تولید رقبا، می‌کوشد سود خود را به حداکثر برساند. الگوی اصلی، رقابت در بازار انحصار چندجانبه است که در آن بنگاههای اقتصادی در یک بازار واحد به رقابت می‌پردازند. در سالهای اخیر، نسخه‌های شبکه‌ای از بازارهای انحصار چندجانبه مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. در این مقاله، ما رقابت بنگاههای اقتصادی در شبکه‌ای از بازارهای انحصار چندجانبه را در نظر می‌گیریم که امکان دسترسی هر بنگاه به بازارهای موجود در شبکه، اطلاعات خصوصی هر بنگاه محسوب می‌شود و بنگاه‌های دیگر تنها از تابع توزیعی از امکان دسترسی هر بنگاه به بازارهای شبکه مطلع هستند. بنابراین رقابت بنگاههای اقتصادی را می‌توان با یک بازی با اطلاعات ناقص مدل کرد. در این مقاله، به تحلیل رفتار استراتژیک بنگاه‌ها در تعیین مقدار تولید در هر یک از بازارهایی که امکان سرمایه‌گذاری بالقوه برای آنها وجود دارد، می‌پردازیم.

کلمات کلیدی

رقابت کرونو، بازی با اطلاعات ناقص، تعادل بیزی، تابع پتانسیل ترتیبی، مسئله سازگاری غیر خطی، گراف دو بخشی.

۱- مقدمه

رقابت کرونو که اولین بار در سال ۱۸۳۸ میلادی توسط آنتونی آگوستین کرونو معرفی شده، رفتار بنگاههای اقتصادی در رقابت با یکدیگر بر سر تعیین میزان تولید یک کالای همگن را مدل می‌کند. هر بنگاه، برای به حداکثر رساندن سود خود که براساس هزینه تولید و قیمت بازار محصول تعیین می‌شود، در مورد کمیت تولید خود به طور غیر آگاه از تصمیم سایر رقبا تصمیم می‌گیرد. در اقتصاد، رفتار استراتژیک بنگاه‌ها در بازار انحصاری چندگانه به طور مفصلی در قالب نظریه بازی‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است (برای مثال به [۱، ۲، ۳، ۴، ۵] مراجعه کنید). در این مطالعات، رفتار رقابتی در یک بازار و در ارتباط با یک محصول واحد بررسی شده است. همچنین، به طور معمول، در مدل کرونو تابع هزینه و تابع قیمت آگاهی عمومی^۱ فرض شده‌اند، و مطالعاتی هم با فرض آگاهی عمومی نبودن تابع هزینه دنبال شده‌اند. به عنوان مثال، هورکنز هزینه‌های حاشیه‌ای هر بنگاه را اطلاعات خصوصی آن بنگاه می‌شمارد [۶].

گاز طبیعی، نفت خام، تولید گوگرد، برق، آب، خطوط هوایی، صنعت سیمان، صنعت مراقبت‌های بهداشتی و نیز بانکداری، صنایع منطقه‌ای هستند که بازارهای جغرافیایی مشخصی دارند. توزیع‌های جغرافیایی منجر به تشکیل شبکه‌ای منطقه‌ای در هریک از صنایع مربوط (به عنوان مثال، در صنعت نفت) می‌شوند. با این حال، در ارتباط با بررسی رفتار استراتژیک بنگاههای اقتصادی در رقابت کرونو در قالب شبکه‌ای از بازارهای چندجانبه انحصاری مطالعات محدودی انجام شده است.

ایلکیچ رقابت کرونو را در شبکه‌ای از بازارهای انحصاری چندجانبه با توابع قیمت خطی و توابع درجه دوم هزینه مطالعه کرده است [۸]. در این مقاله، شبکه با گرافی دوبخشی نشان داده می‌شود که بخش اول آن مجموعه بنگاه‌های شرکت کننده در رقابت را فهرست می‌کند و بخش دوم نمایشگر بازارها است. هر یال این گراف هم تعیین کننده دسترسی بنگاه یک سر یال به بازار سر دیگر آن است؛ به عبارت دیگر، گراف دو بخشی تعیین کننده زیرمجموعه‌ای از بنگاه‌هاست که دسترسی به یک بازار مفروض برای آنها در نظر گرفته شده است. بازاری که تنها یک تامین کننده در آن حضور دارد قیمت انحصاری بالاتری خواهد داشت؛ درحالی‌که بازاری که دارای عرضه کننده‌های جایگزین است، به دلیل ایجاد رقابت بین آنها، قیمت پایین‌تر را تجربه می‌کند و در نتیجه، یال‌های گراف نقش تعیین کننده‌ای در متعادل شدن قیمت در بازارهای مختلف دارند. ایلکیچ ثابت می‌کند که رقابت در شبکه با فرض این که در بازارهای شبکه، توابع قیمت خطی و همچنین توابع هزینه درجه دوم و محدب هستند، دارای تعادل یکتاست.

ابوالحسنی و همکاران [۹]، رقابت کرونوی شبکه‌ای^۲ را با NCC نمایش داده‌اند و برای حالت‌های مختلفی از توابع قیمت و هزینه، رفتار استراتژیک بنگاه‌های اقتصادی را با نقطه تعادل نش تفسیر کرده‌اند و همچنین، برای یافتن تعادل بازارها، الگوریتم کارآمدی نیز معرفی کرده‌اند. آنها در این مقاله، ابتدا فرض می‌کنند که تابع قیمت در یک NCC خطی است و توابع هزینه آن محدب هستند و با این فرض رقابت در این شبکه را با یک بازی پتانسیل ترتیبی مدل می‌کنند و سپس یک الگوریتم چندجمله‌ای بر مبنای یافتن نقطه ماکسیمم تابع پتانسیل مربوطه برای یافتن تعادل نش آن ارائه می‌کنند. در ادامه، رقابت کرونو شبکه‌ای را در غیاب شرط خطی بودن تابع قیمت بررسی کرده‌اند و با استفاده از مسئله سازگاری غیر خطی^۳، با شرط تحدب توابع حاشیه‌ای هزینه، الگوریتم چندجمله‌ای برای پیدا کردن تعادل نش بازی ارائه شده است.

بیمپیکس و همکاران به بررسی ارتباط بین تعادل نش در رقابت کرونوی شبکه‌ای و مسیرهای گراف دوبخشی پرداخته‌اند و این رابطه را (که به لحاظ

موقعیت جغرافیایی بازارها (موقعیت) اهمیت (موقعیت) دارد (باشد) تبیین کرده‌اند [۱۰]. در این مقاله، تاثیر ورود یک بنگاه به شبکه (اضافه شدن یک راس به بخش بنگاه‌ها) و همچنین یکی شدن دو تا از بنگاه‌ها بر روی سود شرکت‌ها و رفاه مصرف‌کنندگان بررسی شده است. همچنین آنها به چگونگی تقسیم بازارهای موجود بین بنگاه‌های اقتصادی، در راستای بهینه شدن سود هم پرداخته‌اند؛ به عبارت دیگر، به این سوال پاسخ داده‌اند که با شرایط موجود تغییر آرایشی یالی، چگونه می‌توان سود را بیشینه کرد.

در مطالعات انجام شده برای تحلیل رقابت کرونوی شبکه‌ای، ساختار گراف دوبخشی را آگاهی عمومی بنگاه‌های اقتصادی شرکت کننده در رقابت فرض کرده‌اند. در این مقاله به بررسی شبکه‌ای از بازارهای انحصاری چندگانه می‌پردازیم که ساختار شبکه در آنها آگاهی عمومی نیست و در نتیجه، شرکت کنندگان در این رقابت تنها از دسترسی خودشان به بازارها مطلع هستند و از نحوه دسترسی رقبا به بازارهای شبکه را براساس یک تابع توزیع احتمال در اختیار دارند. در این شرایط، رقابت بین بنگاه‌ها را می‌توان با یک بازی با اطلاعات ناکامل^۲ به نام «رقابت کرونوی شبکه‌ای با اطلاعات ناقص» مدل کرد که آن را به اختصار با INCC نمایش می‌دهیم.

در این مقاله، رقابت کرونوی شبکه‌ای با اطلاعات ناقص با توابع قیمت خطی را INCC خطی می‌نامیم. برای تحلیل رفتار بنگاه‌های اقتصادی در INCC خطی از تابع پتانسیل ترتیبی استفاده می‌کنیم و وجود تعادل بیزی را ثابت می‌کنیم. همچنین با فرض محدب بودن توابع هزینه بنگاه‌ها در INCC خطی، ثابت می‌کنیم که تعادل بیزی یکتاست.

۲- مفاهیم و تعاریف

در این بخش تعاریف‌ها و مفاهیم اولیه‌ای را مطرح می‌کنیم که در بخش‌های بعدی از آنها استفاده خواهیم کرد.

تعریف ۱. هر بازی G به فرم نرمال را با سه‌تایی مرتبی مانند $I = \{1, \dots, n\}$ نمایش می‌دهیم که در آن $(I, \{S_i\}_{i \in I}, \{U_i\}_{i \in I})$ مجموعه بازیکن هاست، S_i فضای استراتژی بازیکن i ام، $i \in I$ ، و تابع

$$G = \langle I, J, \{\theta_{ij}\}_{i \in I, j \in J}, \{U_i\}_{i \in I} \rangle$$

تابع منفعت بازیکن i ام را نمایش می‌دهد.

که مولفه i ام آن نشان‌دهنده استراتژی بازیکن i ام است. پروفایل استراتژی می‌گوییم. پروفایل استراتژی رقبا بنگاه i ام

است که برای سادگی آن را با نماد S_{-i} نمایش می‌دهیم.

موندر و شیلی تابع پتانسیل ترتیبی $(\theta_{1m}, \dots, \theta_{im}) \in \{0, 1\}^m$ بر اساس آن بازی‌های پتانسیل ترتیبی تعریف شدند [۱۱].

تعریف ۲. [۱۱] تابع $P: S_1 \times \dots \times S_N \rightarrow \mathbb{R}$ را تابع پتانسیل ترتیبی برای بازی به فرم نرمال G گویند اگر به ازای هر استراتژی $S_i, S'_i \in S_i$ برای بازیکن i ام و پروفایل استراتژی S_{-i} برای رقبا i ، داشته باشیم:

اگر و تنها اگر

بازی G را بازی پتانسیل ترتیبی نامند اگر تابع پتانسیل ترتیبی داشته باشد. **گزاره ۳.** [۱۱] تابع P تابع پتانسیل ترتیبی برای بازی G است اگر و تنها اگر به ازای هر بنگاه $i \in I$

گزاره ۴. [۱۱] فرض کنید که $P: S_1 \times \dots \times S_N \rightarrow \mathbb{R}$ تابع پتانسیل ترتیبی برای بازی به فرم نرمال G است. در این صورت استراتژی پروفایل $(s_1, \dots, s_n) \in S_1 \times \dots \times S_N$ تعادل بازی است اگر و تنها اگر به ازای هر بازیکن $i \in I$ و هر استراتژی $x \in S_i$ داشته باشیم

همچنین، اگر نقطه ماکسیمم تابع P در $S_1 \times \dots \times S_N$ باشد، آنگاه بازی G دارای تعادل محض^۳ است.

تعریف ۵. تابع $f: K \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ محدب است اگر به ازای هر $x_1, x_2 \in K$ و $0 \leq \lambda \leq 1$ داشته باشیم

اگر نامساوی فوق اکید باشد، می‌گوییم تابع f اکیدا محدب است. تابع (اکیدا) مقعر با عکس نامساوی فوق تعریف می‌شود. قضیه ۶ [۱۳] تابع $f: K \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ محدب است اگر و تنها اگر ماتریس هسیان تابع f در نقطه x ، $Hf(x)$ ، به ازای هر $x \in K$ ماتریس مثبت نیمه‌معین باشد. همچنین تابع f اکیدا محدب است اگر و تنها اگر ماتریس هسیان آن به ازای هر $x \in K$ ماتریس مثبت معین باشد.

۳- INCC به عنوان یک بازی بیزی

مسئله رقابت کرونو در شبکه‌ای از بازارهای انحصاری چندگانه که در آن هر بنگاه اطلاعاتی تنها از دسترسی خود به بازارها با خبر است را با یک بازی با اطلاعات ناکامل مدل می‌کنیم. چون بنگاه‌ها از ساختار یالی شبکه مطلع نیستند، به آن رقابت کرونوی شبکه‌ای ناقص می‌گوییم و به اختصار با INCC نمایش می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

تعریف ۷. یک INCC یک بازی بیزی $(I, \{S_i\}_{i \in I}, \{U_i\}_{i \in I})$ است که با چندتایی

- ۱- تعریف می‌شود که در آن $\bar{S} = (S_1, \dots, S_n) \in S_1 \times \dots \times S_n$ مجموعه بنگاه‌های اقتصادی فعال در شبکه است.
- ۲- $J = \{1, \dots, m\}$ مجموعه بازارهای شبکه است.
- ۳- A_{ij} مجموعه مقادیر ممکن برای بنگاه i ام در بازار j ام است که $i \in I$ و $j \in J$.
- ۴- دسترسی بنگاه i ام به بازارهای شبکه را با

نمایش می‌دهیم که در آن $\theta_{ij} = 1$ اگر بنگاه i ام به بازار j ام دسترسی داشته باشد وگرنه $\theta_{ij} = 0$ که نشان می‌دهد بنگاه i ام به بازار j ام دسترسی ندارد. θ_i را تایپ بنگاه i ام می‌نامیم. مجموعه تایپ بنگاه i ام را با Θ_i نمایش می‌دهیم.

۵- استراتژی بنگاه i ام مقدار تولید بنگاه در بازارهای مختلف را تعیین می‌کند. لذا استراتژی بنگاه با

$$u_i(s_i, s_{-i}) - u_i(s'_i, s_{-i}) > 0$$

نمایش می‌دهیم که q_{ij} مقدار تولید بنگاه i ام در بازار j ام را نشان

$$U_i(q_i(\cdot), q_{-i}(\cdot)) = \sum_{\theta_i} \sum_{\theta_{-i}} p(\theta_i, \theta_{-i}) \left[\sum_{j \in J} P_j \left(\sum_{r \in J} \theta_{rj} q_{rj} \right) - C_i \left(\sum_{j \in I} \theta_{ij} q_{ij} \right) \right].$$

فرض کنید

$$q = (q_i(\cdot), q_{-i}(\cdot)) = (q_{ij}\theta_i)_{i \in I, j \in J, \theta_i \in \Theta_i}$$

صورت به ازای

$$\sum_{j \in J} p_j \left(\sum_{r \in I} \theta_{rj} \theta_{rj} q_{rj} \right) \theta_{ij} q_{ij} \quad i \in I \quad \left(\sum_{j \in J} \theta_{ij} q_{ij} \right)$$

تابع منفعت بنگاه نام را نمایش می دهد که در آن $\frac{\partial U_i}{\partial q_{ij}\theta_i}(q)$ بازار $j \in J$ است که $\sum_{r \in J} p_{rj} q_{rj} \theta_r$ عرضه i در بازار j را تعیین می کند. به عبارت دیگر، اگر $D_j(\theta_1, \dots, \theta_{-i}, \theta_n) = \sum_{r=1}^n \frac{p_{rj} q_{rj} \theta_r}{q_{ij} \theta_i}$ باشد که $P_j(D_j)$ قیمت بازار را در صورتی که مجموع عرضه D_j باشد را مشخص می کند و همچنین، $C_i(\cdot)$ هزینه بنگاه نام را نشان می دهد. لذا $\frac{\partial U_i}{\partial q_{ij} \theta_i}(\theta_i, \theta_{-i})$ منفعت بنگاه نام به ازای هر پروفایل استراتژی θ_{-i} و مفروض θ_i را نشان می دهد.

از آنجا که تابع قیمت در هر بازار $j \in J$ تابع مقادیر کل عرضه است، داریم

۷- پروفایل تاب $\theta_1, \dots, \theta_n$ از تابع توزیع احتمال $p(\theta_1, \dots, \theta_n)$ است که θ_i و q_{θ_i} به ازای هر تاب θ_i در $\mathcal{T}$ است. $p(\cdot, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n)$ تابع $p(\cdot, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n)$ یک تابع توزیع شرطی روی مجموعه پروفایل های سایر نگاه ها را تعیین می کند.

گر به ازای هر بازار $j \in J$ تابع قیمت $P_j(\theta)$ خطی باشد، بازی را INCC

خطی می نامیم.

در نتیجه، با در نظر گرفتن تابع توزیع احتمال حاشیه‌ای

بہ دست می آوریم

چون قیمت با مقدار تولید رابطه عکس دارد، بدون از دست دادن کلیت، می‌توان فرض کرد که M وجود دارد که به ازای هر بنگاه $i \in I$ و هر بازار $j \in J$ داریم $A_{rj} = [0, M]$. $P_j(\sum_{r \in I} A_{rj} \theta_r) = [0, M]$ وابسته به تایپ مفروض تعیین می‌کنند؛ همگامی از بنگاه‌ها استراتژی خود را وابسته به تایپ مفروض تعیین می‌کنند؛ بنابراین فضای ناکشای استراتژی برای بنگاه i به ازای هر $i \in I$ با مجموعه زیر مشخص می‌شود:

$$P_i^j = \left\{ \theta_i \mid \sum_{r \in I} p(r, \theta_r) \leq M, \forall j \in J \right\}$$

$$-\theta_{ij} p(\theta_{ij}) \frac{\partial C_i}{\partial \theta_{ij}} \left(\sum_{k \in J} \theta_{ik} q_{ik} \right)$$

تبادل بیزی^۸ است اگر و تنها اگر به ازای هر $q'_i(\cdot) \in S_i^{\theta_i}$ داشته باشیم

در ادامه هر نگاشت استراتژی بنگاه i ام $q_i(\cdot)$ را به صورت

نمایش می‌دهیم. به‌ازای هر تایپ $\theta_i \in \Theta_i$ ، اگر $\theta_{ij} = 0$ به‌ازای بازار j ، $j \in J$ ، آنگاه بنگاه i ام به آن بازار دسترسی ندارد. لذا نگاشت استراتژی $q_i(\cdot)$ را می‌توان به صورت بردار

$$P: S_1^{\Theta_1} \times \dots \times S_1^{\Theta_n} \rightarrow \mathbb{R}$$

نویشت که در آن به ازای هر بازار j

۴- بررسی تعادل بیزی در $INCC(q_i)$ خطی $U_i(q_i')$

در این بخش به بررسی وجود تعادل بیزی در $INCC(q_i)$ های خطی می پردازیم.

قضیه ۱. بازی $INCC$ خطی با تابع قیمت $P_j(D_j) = \alpha_j - \beta_j D_j$ به ازای هر بازار $j \in J$ در نظر بگیرید که در آن $\alpha_j > 0, \beta_j > 0$ اعداد ثابت هستند و D_j نیز برابر با مجموع کل عرضه در بازار j است. در این صورت تابع

$$q_i(\cdot) = \left((q_{ij|\theta_i})_{j \in J, \theta_i \in \theta_i^j}, (0)_{j \in J, \theta_i \in \theta_j \setminus \theta_i^j} \right)$$

$$\theta_i^j = \{\theta_i \in \Theta_i | \theta_{ij} = 1\}$$

$$P: S_1^{\Theta_1} \times \dots \times S_1^{\Theta_n} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$S_1^{\Theta_1} \times \dots \times S_1^{\Theta_n}$$

یک تابع پتانسیل برای بازی است. لذا هر $INCC$ خطی یک بازی پتانسیل است.

برهان. به ازای هر پروفایل استراتژی داده شده $p(\cdot): \Theta_1 \times \dots \times \Theta_n \rightarrow [0,1]$

امید ریاضی تابع منفعت بنگاه i ام برابر است با

$$U_i(q_i(\cdot), q_{-i}(\cdot)) = \sum_{\theta_i} \sum_{\theta_{-i}} p(\theta_i, \theta_{-i}) \left[\sum_{j \in J} \left(\alpha_j - \beta_j \left(\sum_{r \in I} \theta_{rj} q_{rj} \theta_r \right) - C_i \left(\sum_{k \in J} \theta_{ik} q_{ik} \theta_i \right) \right) \theta_{ij} q_{ij} \theta_i \right]$$

بنابراین به ازای هر $i \in I$, $j \in J$ و $\theta_i \in \Theta_i$:

$$P: S_1 \times \dots \times S_n \rightarrow \mathbb{R}$$

به علاوه، به ازای هر $i \in I$, $j \in J$ و $\theta_i \in \Theta_i$:

$$s \neq s' \in S_1 \times \dots \times S_n$$

$$P(s) \geq P(s').$$

$$P(\lambda s + (1 - \lambda)s') > \lambda P(s) + (1 - \lambda)P(s').$$

$$P(\lambda s + (1 - \lambda)s') > P(s')$$

در نتیجه، به ازای هر $i \in I$, $j \in J$ و $\theta_i \in \Theta_i$:

لذا تابع P تابعی پتانسیل ترتیبی است و $INCC$ خطی بازی پتانسیل ترتیبی است.

نتیجه ۹. اگر G یک $INCC$ خطی باشد، یک تعادل بیزی دارد.

برهان. بنا به قضیه ۸ بازی پتانسیل ترتیبی با تابع پتانسیل $P(q_1(\cdot), \dots, q_n(\cdot)) = \sum_{\theta_i} \sum_{\theta_{-i}} p(\theta_i, \theta_{-i}) \left[\sum_{j \in J} \left(\alpha_j \sum_{i \in I} \theta_{ij} q_{ij} \theta_i - \beta_j \sum_{r \in I} \theta_{rj} q_{rj} \theta_r \right) \theta_{ij} q_{ij} \theta_i \right]$ با ضابطه تعریف شده در برهان قضیه ۸ است. بنابراین از آنجایی که دامنه تابع پیوسته $P(\cdot)$ فشرده است، نقطه ماکسیمم محلی تابع پتانسیل P در G قرار دارد و در نتیجه، بنابر گزاره ۴، بازی G تعادل بیزی است.

حال، شرایطی را معرفی می‌کنیم که تحت آن C_i خطی تعادل یکتا داشته باشد. برای ارائه این شرایط، تعریف زیر را ارائه می‌کنیم.

تعریف ۱۰. تابع توزیع احتمال توأم

$$(q_1(\cdot), \dots, q_n(\cdot)) \in S_1^{\Theta_1} \times \dots \times S_n^{\Theta_n}$$

۱. تابع توزیع احتمال توأم $p(\cdot)$ را هم/احتمال^۹ می‌نامیم اگر $0 < \eta \leq 1$

وجود داشته باشد که به ازای هر $i \in I$ و $\theta_i \in \Theta_i$ داشته باشیم

$$p_i(\theta_i) = \eta$$

۲. تابع توزیع احتمال توأم $p(\cdot)$ را دوبه‌دو هم/احتمال^{۱۰} می‌نامیم اگر و

تنها اگر $0 < \mu \leq 1$ وجود داشته باشد که به ازای هر $r \neq s \in I$ و

$$p_{r,s}(\theta_r, \theta_s) = \mu$$

ابتدا گزاره کلی را ثابت می‌کنیم و نشان می‌دهیم هر بازی پتانسیل ترتیبی G با تابع پتانسیل ترتیبی اکیدا مقعر اگر تعادل داشته باشد، آنگاه تعادل بازی یکتا است.

گزاره ۱۰. اگر $\frac{\partial U_i}{\partial q_{ij\theta_i}}(q_i(\cdot), q_{-i}(\cdot))$ تابع پتانسیل ترتیبی G باشد، آنگاه بازی دقیقاً یک تعادل دارد.

برهان. فرض کنید $G = \langle I, (S_i, U_i)_{i \in I} \rangle$. بنا به فرض گزاره، بازی دارای

حداقل یک تعادل است. حال فرض کنید تعادل بازی در پروفایل استراتژی $(q_i(\cdot), q_{-i}(\cdot))$

اتفاق بیفتد؛ در این صورت نقاط s و s' نقاط ماکسیمم محلی تابع پتانسیل ترتیبی G باشند؛ بدین ترتیب $p(\cdot)$ نسبت به θ_i کاهشی شدن از کلیت، فرض کنید

بنا به فرض گزاره، تابع پتانسیل P اکیدا مقعر است؛ بنابراین

$$- \beta_j \theta_{ij} \left(\sum_{r \in I} \theta_{rj} q_{rj} \theta_r \right) \in [0,1]$$

به ازای هر $i \in I$ و $j \in J$. لذا $\lambda \in [0,1]$ و $\lambda \neq 1$ را می‌توانیم انتخاب کنیم که $P(\cdot)$ نسبت

که تناقض است و در نتیجه بنابراین $s = s'$. پس بازی یک نقطه تعادل یکتا دارد.

$$\frac{\partial P}{\partial q_{ij\theta_i}} = \frac{\partial U_i}{\partial q_{ij\theta_i}}$$

قضیه ۱۲. فرض کنید G بازی $INCC$ خطی باشد که تابع هزینه همه

بنگاه‌های شرکت کننده در آن اکیدا محدب است. اگر تابع توزیع احتمال توأم

$p(\cdot)$ بازی هم/احتمال و همچنین دوبه‌دو هم/احتمال باشد آنگاه G یک نقطه

تعادل یکتا دارد.

برهان. با توجه به ویژگی‌های مفروض برای تابع توزیع احتمال توأم، وجود دارد $0 < \eta, \mu \leq 1$ که $p_i(\theta_i) = \eta$ و $p_{i,r}(\theta_i, \theta_r) = \mu$ به ازای هر $\theta_i \in \Theta_i, r \neq i \in I$ و همچنین

$$T_j(q) = \mu J_{\tau_j} + 2\eta I_{\tau_j} - \mu \begin{pmatrix} J_{\tau_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & J_{\tau_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & J_{\tau_n} \end{pmatrix}.$$

لذا، به ازای بنگاه نام، داریم

و در نتیجه، اگر $\eta = \mu$ ، فضای نام‌های بنگاه‌ها یک نقطه است و مسئله تبدیل می‌شود به حالتی که همه بنگاه‌ها از ساختار شبکه مطلع هستند؛ یعنی NGC که در [۹] ثابت می‌شود. بازوی یک نقطه تعادل یکتا دارد. پس فرض می‌کنیم که $\mu \neq \eta$. بنا به نتیجه ۹، برای یک بازی پتانسیل ترتیبی است و لذا تعادل دارد. بنا به قضیه ۱۲، اگر تابع پتانسیل ترتیبی بازی اکیدا مقعر باشد، بازی تعادل یکتا دارد. در ادامه ثابت می‌کنیم که تابع پتانسیل بازی اکیدا مقعر است. چون تابع هزینه اکیدا محدب است، برای اثبات مقعر بودن تابع پتانسیل، باید ثابت کنیم که تابع

$$= \mu \left(\sum_{i \in I} \sum_{1 \leq k \leq \tau_{ij}} (x_i^k)^2 \right) + \left(\eta \sum_{i \in I} \sum_{1 \leq k \leq \tau_{ij}} (x_i^k)^2 - \mu \sum_{i \in I} \left(\sum_{1 \leq k \leq \tau_{ij}} x_i^k \right)^2 \right) + \mu \sum_{i \in I} \sum_{1 \leq k \leq \tau_{ij}} (x_i^k)^2.$$

تابع اکیدا مقعر است. به ازای هر $i \in I, 1 \leq k \leq \tau_{ij}$ ، $k \neq j \in J$ و همچنین $\theta_i' \neq \theta_i \in \Theta_i$ به دست می‌آید

$$\frac{\eta}{\mu} = |\theta_i| \geq \tau_{ij}$$

$$\frac{\eta}{\mu} \sum_{1 \leq k \leq \tau_{ij}} (x_i^k)^2 \geq \tau_{ij} \sum_{1 \leq k \leq \tau_{ij}} (x_i^k)^2 = \left(\sum_{1 \leq k \leq \tau_{ij}} 1^2 \right) \left(\sum_{1 \leq k \leq \tau_{ij}} (x_i^k)^2 \right) \geq \left(\sum_{1 \leq k \leq \tau_{ij}} x_i^k \right)^2.$$

که در آن

$$\eta \sum_{i \in I} \sum_{1 \leq k \leq \tau_{ij}} (x_i^k)^2 \geq \sum_{i \in I} \left(\sum_{1 \leq k \leq \tau_{ij}} x_i^k \right)^2 \geq \sum_{i \in I} \sum_{1 \leq k \leq \tau_{ij}} (x_i^k)^2 > 0.$$

که در آن 0 یک بلوک صفر است و همچنین به‌ازای هر بازار j ، سائز ماتریس

$$\begin{aligned} \eta = p_i(\theta_i) &= \sum_{\theta_{-i}} p(\theta_i, \theta_{-i}) = \sum_{\theta_r} \sum_{\theta_{-(i,r)}} p(\theta_i, \theta_r, \theta_{-(i,r)}) \\ &= \sum_{\theta_r} p_{i,r}(\theta_i, \theta_r) = |\Theta_r| \mu. \end{aligned}$$

ماتریس $T_j(q)$ ماتریسی با سائز $\tau_j \times \tau_j$ است که $\tau_j = \sum_{i \in I} \tau_{ij}$ یادآوری می‌کنیم که $|\Theta_i^j| = \tau_j / \mu$ فرض کنید $X_i = (x_i^1, \dots, x_i^{\tau_{ij}}) \in \mathbb{R}^{\tau_{ij}}$ که در این صورت

$$- \sum_{\theta_i, \theta_{-i}} p(\theta_i, \theta_{-i}) \sum_{j \in J} \left[\alpha_j \sum_{i \in I} \theta_{ij} q_{ij} \theta_i - \beta_j \sum_{i \in I} \theta_{ij} q_{ij}^2 \theta_i - \beta_j \sum_{r, i \in I, r < i} \theta_{ij} q_{ij} \theta_{rj} q_{rj} \theta_r \right]$$

به ازای هر $i \in I$ ، ثابت کرده‌ایم که $\eta = |\theta_i| \mu$ ؛ بنابراین

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial^2 q_{ij} \theta_i}(q) = 2 \beta_{ij} \theta_{ij} \sum_{\theta_{-i}} p(\theta_{-i}, \theta_i) = 2 p_i(\theta_i) \beta_j \theta_{ij}$$

بنابراین نامساوی کشی - شوارتز به ازای هر $i \in I$ نتیجه می‌دهد

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial q_{ij} \theta_i' \partial q_{ij} \theta_i}(q) &= 0, \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial q_{rj} \theta_r \partial q_{ij} \theta_i}(q) &= \beta_j \theta_{ij} \theta_{rj} \sum_{\theta_{-i}} p(\theta_{-i}, \theta_i) \\ &= p_{i,r}(\theta_i, \theta_r) \beta_j \theta_{ij} \theta_{rj} = \mu \beta_j \theta_{ij} \theta_{rj} \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial q_{rk} \theta_r \partial q_{ij} \theta_i}(q) &= 0, \end{aligned}$$

و در نتیجه،

$$q = (q_{ij} \theta_i)_{i \in I, j \in J, \theta_i \in \Theta_i}$$

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \begin{pmatrix} T_1(q) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_2 \begin{pmatrix} T_2(q) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \beta_n \begin{pmatrix} T_n(q) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

چون بردار X ناصفر است،

در نتیجه، $XT_j(q)X^T > 0$ و بنابراین $T_j(q)$ ماتریس مثبت معین است. از این رو ماتریس هسیان Φ مثبت معین است و قضیه ۶ نشان می دهد که تابع $\Phi(\cdot)$ اکیدا محدب است. بنابراین

تابعی اکیدا مقعر است.

پتروشیمی موثر باشد. همچنین با توجه به این که سازندگان در حوزه تجهیزات نفتی مانند کمپرسورها، رآکتورها، شیرهای صنعتی، لوله با ضخامت های خاص برای عبور سیال های نفتی و غیره بازارهای انحصاری را مبتنی بر تکنولوژی ای که استفاده می کنند ایجاد می کنند؛ بنابراین بررسی رفتار اقتصادی آنها (با استفاده از مدل رقابت $\sum_{k \in J} \theta_{ik} q_{ik}$) با اطلاعات ناقص می تواند برای شرکت های این حوزه از صنعت مفید باشد.

مراجع

- [1] David M Kreps, Jose A Scheinkman, Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcomes, The Bell Journal of Economics, pages 326-337, 1983.
- [2] J Jonas Hackner, A note on price and quantity competition in differentiated oligopolies, Journal of Economic Theory, 93(2):233-239, 2000.
- [3] Harold Hotelling, Stability in competition, Springer, 1990.
- [4] Martin J Osborne and Carolyn Pitchik, Price competition in a capacity-constrained duopoly, Journal of Economic Theory, 38(2):238-260, 1986.
- [5] Nirvikar Singh, Xavier Vives, Price and quantity competition in a differentiated duopoly, The RAND Journal of Economics, pages 546-554, 1984.
- [6] Sjaak Hurkens, Bayesian Nash equilibrium in linear Cournot models with private information about costs, International Journal of Economics, Volume 10, Issue 2, pages 203-217, 2014.
- [7] Xavier Vives, Oligopoly pricing: old ideas and new tools, The MIT press, 2001. Frankel, David S., Model Driven Architecture: Applying MDA to Enterprise Computing, OMG Press, Wiley Publishing, 2003.
- [8] Rahmi Ilkic, Cournot competition on a network of markets and firms, Technical report, Fondazione Eni Enrico Mattei, 2009.
- [9] Melika Abolhassani, Mohammad Hossein Bateni, Mohammad Taghi Hajiaghayi, Hamid Mahini, Anshul Sawant, A Network Cournot competition, Lecture Notes in Computer Science 8877 15-29.
- [10] Kostas Bimpikis, Shayan Ehsani, Rahmi Ilkic Cournot Competition in Networked Markets, EC'14 Proceedings of the fifteenth ACM conference on Economics and computation Pages 733-733, 2014.
- [11] Dov Monderer, Lloyd S Shapley, Potential games, Games and economic behavior, 1996.
- [12] Abbas Edalat, Samira Hossein Ghorban, Ali Ghoroghi, Ex-Post Nash Equilibrium in Linear Bayesian Games for Decision Making in Multi-Environments, Games, Volume 9, Number 4, pages 85, 2018.
- [13] J. Borwein, A. S. Lewis, Convex analysis and nonlinear optimization: theory and examples, Springer Science & Business Media, 2010.
- [14] D. Fudenberg, J. Tirole, Game theory, The MIT press, 1991.

پانویس ها

- ¹ Common Knowledge
- ² Network Cournot competition
- ³ Nonlinear complementary problem
- ⁴ Incomplete information game

۵- نتیجه گیری

در این مقاله رفتار بنگاه های اقتصادی در تعیین مقدار تولید محصول در چندین بازار انحصاری چندجانبه بررسی شد. اطلاعات شبکه ای که بین بنگاه ها و بازارها ایجاد می شود و با گراف دوبخشی مدل می شود، برای بنگاه ها مشخص نیست، و هر بنگاهی فقط از زیرمجموعه ای از بازارها مطلع است که خودش به آنها دسترسی دارد و تنها باورهای را نسبت به دسترسی سایر رقبا (مبتنی بر تابع توزیع احتمال توأم داده شده) دارد.

سناریوی رقابتی فوق با یک بازی بیزی مدل شد. ثابت شد که بازی بیزی متناظر در شرایطی که تابع های قیمت در بازارهای مختلف این شبکه خطی هستند، دارای تعادل بیزی است. همچنین با در نظر گرفتن شرایطی روی تابع توزیع احتمال توأم، نشان دادیم که رفتار اقتصادی بنگاه ها به صورت یکتا مبتنی بر تعادل یکتای بازی قابل پیش بینی است.

همچنین، رقابت کروئوی شبکه ای با اطلاعات ناقص را رقابت همزمان بنگاه های اقتصادی در بازارهای مختلف فرض کرد و با یک بازی چندگانه [۱۲] مدل کرد.

بررسی رفتار بنگاه های اقتصادی در شرایطی که توابع قیمت بازارها خطی نیستند موضوع جالبی است که برای کارهای آتی پیشنهاد می شود. برای بررسی رفتار رقابتی بنگاه ها در شبکه بازارها با اطلاعات ناقص، پیشنهاد می شود از مسئله سازگاری غیر خطی استفاده شود.

فرض کنید $F: K \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ مشتق پذیر با مشتق پیوسته است. در این صورت مسئله سازگاری غیر خطی، مسئله یافتن بردارهایی مانند $x \in K$ است که $x^T F(x) = 0$ که در آن $x \geq 0$ و $F(x) \geq 0$. پیشنهاد می شود که ثابت کنیم هر $INCC$ با توابع قیمت و هزینه ای مشتق پذیر با مشتق پیوسته یک نقطه تعادل دارد اگر و تنها اگر مسئله سازگاری غیر خطی که بر اساس تابع سود حاشیه ای آن ساخته می شود جواب غیر صفر داشته باشد. لازم به ذکر است که تابع سود حاشیه ای برای $INCC$ تابع برداری $F: \mathbb{R}^T \rightarrow \mathbb{R}^T$ با ضابطه $F(q) = (F_1(q), \dots, F_n(q))$ است که در آن

$$F_i \left((q_{ij\theta_i})_{i \in I, j \in J, \theta_i \in \Theta_i^j} \right) = \left(\frac{\partial U_i}{\partial q_{ij\theta_i}} \left((q_{ij\theta_i})_{i \in I, j \in J, \theta_i \in \Theta_i^j} \right) \right)_{j \in J, \theta_i \in \Theta_i^j}$$

و به ازای هر بنگاه i ، قرار دهید $\tau = \sum_{j=1}^m \tau_j$. در صورتی که این ادعا ثابت شود، با استفاده از الگوریتم های کارآمدی که برای یافتن جواب غیر صفر مسئله سازگاری غیر خطی (در صورت وجود) طراحی شده است، می توان الگوریتم کارآمدی برای یافتن تعادل بیزی در رقابت کروئوی شبکه ای با اطلاعات ناقص طراحی کرد که در آن توابع قیمت و هزینه خطی نیستند. یافتن این الگوریتم می تواند در تحلیل بازارهای وابسته به محصولات نفتی و

-
- ⁵ Imperfect network Cournot competition
 - ⁶ Ordinal potential function
 - ⁷ Pure equilibrium
 - ⁸ Bayesian equilibrium
 - ⁹ Equiprobable
 - ¹⁰ Mutual equiprobable
 - ¹¹ Multigames